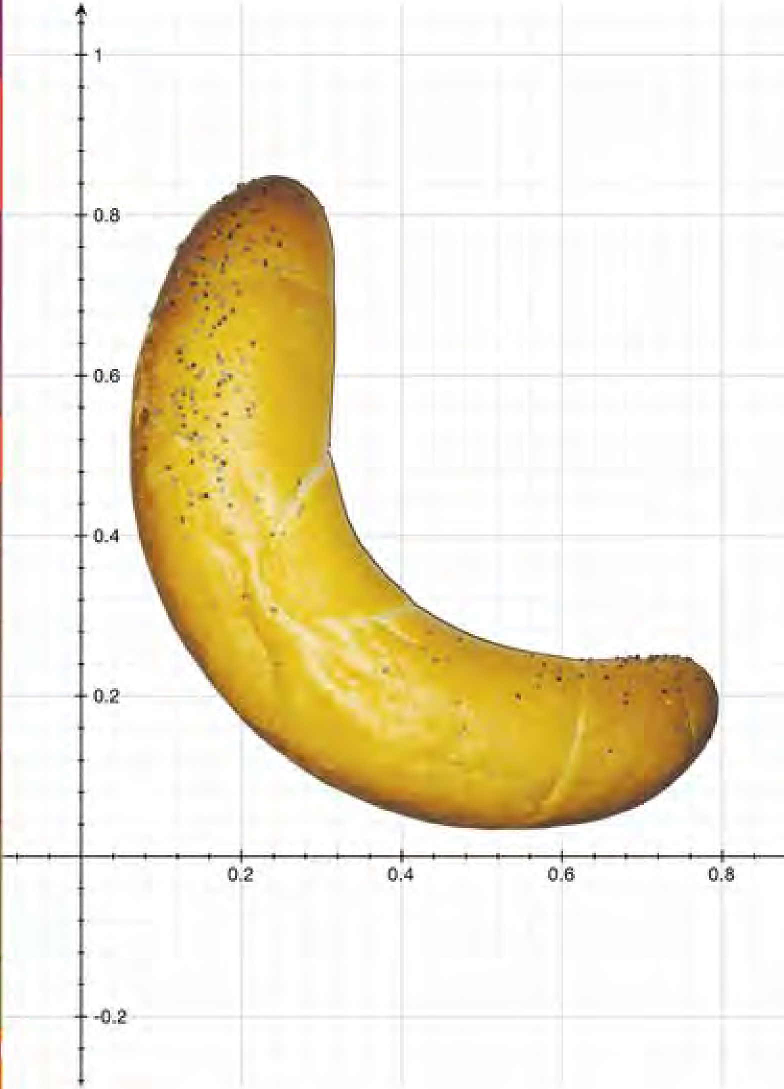
Wichterlovo gymnázium

π

2014

MORAVSKOSLEZSKÝ MATEMATICKÝ ŠAMPIONÁT



sborník řešených příkladů

sborník řešených příkladů
sborník řešených příkladů
sborník řešených příkladů

wichterlovogymnázium

www.wigym.cz

Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba
příspěvková organizace

Moravskoslezský matematický šampionát 2014

Sborník

Ostrava-Poruba
23. 10. 2014

ISBN 978-80-87058-21-3

Organizační výbor

Mgr. Bc. Libor Klubal	hlavní organizátor
RNDr. Eva Davidová	odborný matematický dohled, editor sborníku
Mgr. Lada Stachovcová	technická podpora

Autoři a recenzenti

RNDr. Eva Davidová, Mgr. Jana Gajdušková, Mgr. Petra Kňurová,

Mgr. Tomáš Krchňák, Mgr. Lenka Plášková, Mgr. Marie Štípalová,

Mgr. Lada Stachovcová, RNDr. Michal Vavroš, Ph.D.

Překlad do anglického jazyka

Mgr. Lada Stachovcová, Mgr. Jan Netolička

Obsah

Úvodní slovo

Vesmír nebo nanosvět?

Na Wichterlovo gymnázium se vždy rád vracím. Nejen proto, že to je „moje“ škola, kde jsem čtyři roky studoval, ale taky se tím vracím do doby, ve které jsem měl největší celkový přehled o dění kolem sebe. Když jsem poté nastoupil na vysokou školu, už bylo mé vzdělávání pochopitelně zaměřeno jedním směrem. Na gymnáziu jsme museli umět vše. Biologii, dějepis, matematiku i jazyky. V té době bohužel hlavně ruský… Rozuměli jsme Dostojevskému, integrálům, uměli jsme popsat pestík i Napoleonovo tažení Evropou. A dovolím si tvrdit, že z mnohého těžím dodnes.

Letos proběhne již dvanáctý ročník Moravskoslezského matematického šampionátu. Škoda, že jeho tradice není ještě delší. Určitě bych se ho, stejně jako vy, rád zúčastnil. Podíval jsem se do sborníků minulých ročníků a některé příklady mě mile překvapily a zaujaly. Je vidět, že tým autorů umí nejen vymyslet zajímavý příklad, ale také ho umí zasadit do zajímavých „kulis“. Vždyť v minulých letech mohli soutěžící řešit úlohy vztahující se k průmyslu nebo k hudbě! Sám jsem zvědav, jakou cestu zvolili letos.

Naše univerzita má v názvu slovo „technická“ a patrně i vy půjdete ve svém životě tímto směrem. Možná vás zaujme celý vesmír a stanete se následovníky Stephena Hawkinga. Nebo budete svět studovat od druhého konce a nanosvět vám přiblíží dílo Richarda Feynmana. Mimochodem knihy obou jsou poutavé a doporučuji je všem. Ať už si zvolíte jakoukoliv cestu, může vést přes Vysokou školu báňskou – Technickou univerzitu Ostrava. A když budete mít kvalitní vzdělání, tak se vám třeba podaří předejít takovým úsměvným historkám, jako když 23. září 1999 ztroskotala po deseti měsících letu k Marsu družice Mars Climate Orbitel. Příčinou havárie nebylo nic banálnějšího, než že jedna část řídícího týmu používala anglické jednotky (stopy, palce, libry) a druhá se řídila mezinárodní dohodou (metry, kilogramy). No úsměvným… Ten úsměv stál NASA asi 125 miliónů dolarů.

A to je možná na celé akci nejdůležitější: nejtalentovanější studenti, kteří navíc sami chtějí rozvíjet své dovednosti, řeší příklady, které mají zcela praktický základ.

Přeji vám mnoho úspěchů nejen v soutěži, ale i v dalším studiu na střední a vysoké škole. Ať vyhrávají vždy ti nejlepší!

prof. Ing. Ivo Vondrák, CSc.
rektor Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava

Jahodové knedlíky

Zadání

Martin na letním táboře pomáhal kuchaři s přípravou jahodových knedlíků. Zjistil, že jejich počet představuje čtyřciferné číslo končící číslicí 9 a zároveň je toto číslo dělitelné každou svou číslicí.

Kolik jahodových knedlíků se tedy mohlo uvařit v táborové kuchyni? Najděte všechna možná řešení.

Řešení

Číslo končící cifrou 9 není dělitelné dvěma ani pěti, takže zbývající tři číslice spolu s koncovou devítkou musí být lichými čísly různými od pěti. Tedy to mohou být některá z čísel 1, 3, 7, 9.

Jejich ciferný součet musí být dělitelný devíti, tedy pro obsazení míst tisíců, stovek a desítek hledaného čtyřciferného čísla přicházejí v úvahu pouze trojice $(1, 1, 7)$, $(3, 3, 3)$, $(9, 9, 9)$.

Sestavíme všechny možnosti pro hledané čtyřciferné číslo:

$$1179,\ 1719,\ 7119,\ 3339,\ 9999.$$

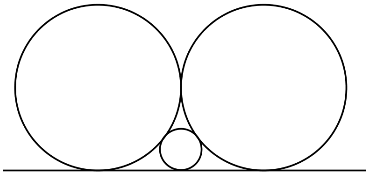
Čísla 1179 a 1719 ovšem nejsou dělitelná sedmi, takže nevyhovují podmínce ze zadání.

Čtyřciferná čísla s požadovanými vlastnostmi tedy jsou 7119, 3339 a 9999 a představují počty jahodových knedlíků, které mohly být připraveny v táborové kuchyni.

Tácy a talířek

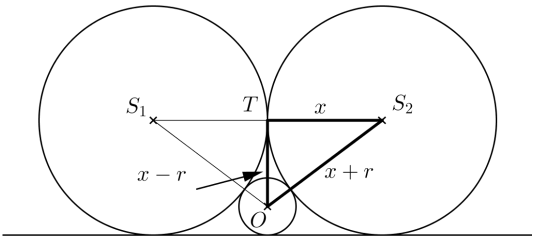
Zadání

Číšník Michal si srovnal dva stejné kruhové tácy a jeden talířek vedle sebe přesně na kraji stolu tak, že se všechny navzájem dotýkaly (viz obr.). Jaký poloměr musí mít tácy, jestliže poloměr talířku je 7 cm?



Řešení

Označme poloměr talířku r a poloměr táců x, středy táců S_1, S_2, střed talířku O a bod dotyku táců T (viz obr.). Pak $|TS_2| = x$, $|OS_2| = x + r$, $|TO| = x - r$.



Protože trojúhelník OS_2T je pravoúhlý, platí podle Pythagorovy věty

$$x^2 + (x-r)^2 = (x+r)^2.$$

Po úpravě dostáváme

$$x^2 + x^2 - 2xr + r^2 = x^2 + 2xr + r^2,$$

a tedy $x^2 = 4xr$, neboli $x = 4r = 4 \cdot 7 = 28$ cm, což je hledaný poloměr táců.

Čaj o páté

Zadání

O prázdninách dva kamarádi Lada a Libor vycestovali do zahraničí. Lada do Minneapolis a Libor do Sydney. Města leží v různých časových pásmech a let z Minneapolis do Sydney trvá stejně jako let zpět. Z letového řádu jisté letecké společnosti víme, že jestliže máme odlet z Minneapolis v pondělí v 6 h ráno místního času, přílet do Sydney bude v úterý ve 14 h (času v Sydney). Odlétáme-li ze Sydney ve čtvrtek ve 13 h místního času, máme přílet do Minneapolis tentýž den v 15 h (času v Minneapolis).

Jaký je čas u Libora, jestliže si Lada dává v Minneapolis sobotní odpolední čaj o páté?

Řešení

Časový posun mezi Minneapolis a Sydney si označme p, dobu letu mezi oběma městy pak t.

Z porovnání údajů z letového řádu i geografické polohy měst (Amerika, Austrálie) plyne, že při letu z Minneapolis do Sydney letíme proti času a celková doba letu od pondělí 6 h do úterý 14 h je 32 hodin.

Oproti letu zpět, kdy letíme s časem, je celkový uběhnutý čas jen 2 hodiny.

Obě skutečnosti je možné zapsat pomocí rovnic následovně:

$$\begin{aligned} t + p &= 32 \\ t - p &= 2 \end{aligned}$$

Jedná se o soustavu dvou rovnic o dvou neznámých t a p, kterou vyřešíme např. sčítací metodou. Sečtením rovnic získáme lineární rovnici $2t = 34$, odkud vypočítáme dobu letu $t = 17$ hodin. Dopočítáme časový posun p, například z druhé rovnice: $17 - p = 2$, $p = 15$ hodin.

Časový posun mezi Minneapolis a Sydney je 15 hodin a to tak, že v Sydney je o 15 hodin více. Pokud si Lada dává sobotní odpolední čaj o páté, její místní čas je sobota 17 h. U Libora je o 15 hodin více, tj. je neděle 8 h ráno. A pokud Libor ještě nesnídal, může si připravit své oblíbené nedělní vajíčko na hniličku.

Čas u Libora je neděle 8 hodin ráno.

V pizzerii

Zadání

Eva si v pizzerii prohlížela jídelní lístek a všimla si, že když seřadí (dvojciferné) ceny některých položek vedle sebe, dostane 16-ti místné číslo, kde součet každých tří vedle sebe stojících číslic je 13. Jaké byly poslední 3 číslice, když víme, že druhá číslice byla 2 a desátá 4?

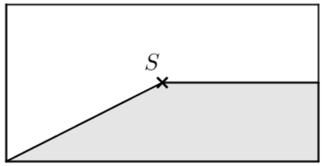
Řešení

Označme a, b, c první tři číslice. Víme, že je $a + b + c = 13$. Ale součet druhé, třetí a čtvrté číslice musí být také 13, takže čtvrtá číslice musí být zase rovna a. Podobně pátá musí být b, šestá $c, \ldots$, takže celé číslo je tvaru $abcabcabcabcabca$. Jestliže tedy $b = 2$ (druhá číslice) a $a = 4$ (desátá číslice), pak $c = 7$ a poslední tři cifry jsou 2, 7, 4.

Renovace kuchyně

Zadání

Při renovaci kuchyně je potřeba vydláždit určitou část obdélníkové místnosti speciálními dlaždicemi (viz obrázek – bod S leží ve středu místnosti a šedá část, kterou je třeba vydláždit, má tvar pravoúhlého lichoběžníku). Délka místnosti je čtyřikrát větší než její šířka a obvod má 48 m. Kolik m^2 dlaždic bude potřeba?



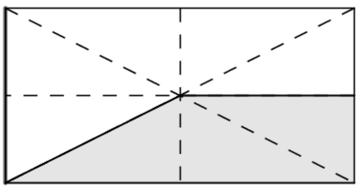
Řešení

Označme šířku místnosti x, délka je čtyřikrát větší, tedy $4x$. Pro obvod obdélníku dostaneme

$$(4x + x) \cdot 2 = 48.$$

Úpravami získáme $5x \cdot 2 = 48$, neboli $10x = 48$, odkud již plyne rozměr $x = 4{,}8$. Rozměry kuchyně jsou tedy 4,8 m a 19,2 m.

Obdélník můžeme rozdělit na 8 shodných trojúhelníku (viz obrázek).



Vydlážděná plocha zabírá $\dfrac{3}{8}$ z celkové plochy obdélníku, tedy

$$\frac{3}{8} \cdot 4{,}8 \cdot 19{,}2 = 34{,}56.$$

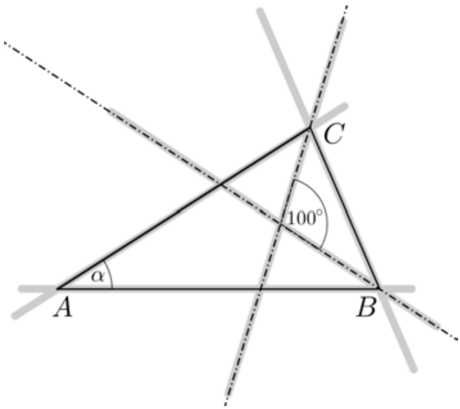
K vydláždění bude potřeba 34,56 m^2 dlaždic.

Jídelní tyčinky

Zadání

Nadějní budoucí matematikové, Tonda a Libor, si v čínské restauraci při čekání na jídlo hráli s jídelními tyčinkami. Ze tří tyčinek vytvořili přímky, na nichž leží strany trojúhelníku (jeho vrcholy označme např. A, B, C, viz obrázek), z dalších dvou tyčinek pak přímky, na nichž leží osy vnitřních úhlů vytvořeného trojúhelníku.

Napadla je otázka: Budou-li tyto dvě osy svírat úhel 100°, jaká je pak velikost zbývajícího vnitřního úhlu? Chlapci to vypočítali – a vám se to určitě podaří také...

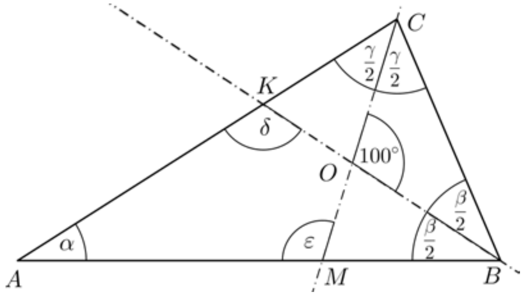


Dále uvažovali: Délka strany proti hledanému úhlu je ve sledovaném trojúhelníku 20 cm. Z této doplňující informace vypočítali poloměr kružnice trojúhelníku opsané.

Vaším úkolem je vypočítat velikost úhlu α a velikost poloměru kružnice opsané danému trojúhelníku.

Řešení

Označme úhly v trojúhelníku podle obrázku:



Úhel OKA je vnějším úhlem trojúhelníka OKC, tedy platí $\delta = \frac{\gamma}{2} + 80°$. Obdobně je $\sphericalangle OMA$ vnějším úhlem trojúhelníka OMB, tedy platí

$$\varepsilon = \frac{\beta}{2} + 80°.$$

Ve čtyřúhelníku $AMOK$ platí pro součet vnitřních úhlů

$$\alpha + \varepsilon + \delta + 100° = 360°.$$

Odtud po dosazení za ε a δ dostáváme

$$\alpha + \frac{\beta}{2} + 80° + \frac{\gamma}{2} + 80° + 100° = 360°,$$

a tedy $\alpha + \frac{1}{2}(\beta + \gamma) = 100°$.

Vzhledem k tomu, že $\beta + \gamma = 180° - \alpha$, je $\alpha + 90° - \dfrac{\alpha}{2} = 100°$. Odtud $\alpha = 20°$.

Pro poloměr kružnice opsané platí

$$r = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{20}{2\sin 20°} = \frac{10}{\sin 20°}.$$

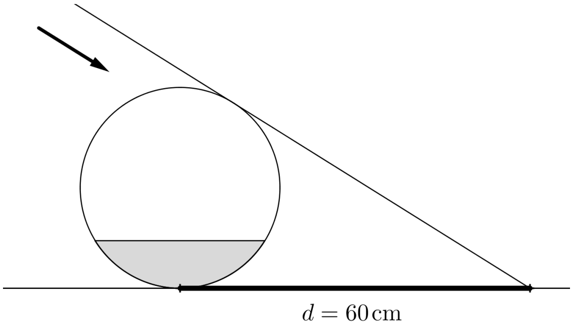
Zbývající vnitřní úhel má tedy velikost 20° a poloměr kružnice tomuto trojúhelníku opsané je $r = \dfrac{10}{\sin 20°}$.

Koule z marcipánu

Zadání

Honzu, trenéra fotbalového týmu, překvapila na oslavě postupu jeho svěřenců do 1. ligy obří marcipánová koule ve tvaru fotbalového míče.

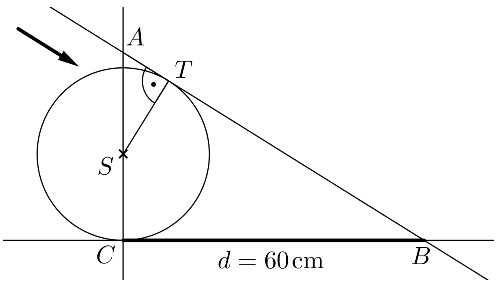
Slunce se sklánělo k západu a osvětlovalo předměty na stole tak, že vrhaly stín, jehož délka se rovnala dvojnásobku jejich výšky. Ve stejnou dobu byla délka stínu marcipánové koule posazené v misce 60 cm (viz obrázek).



Jaká byla její hmotnost, byla-li hustota hotového výrobku (piškotového dortu s marcipánovou polevou) 0,6 g/cm^3?

Řešení

Délka stínu koule je 60 cm. Při řešení vyjdeme z pravoúhlého trojúhelníku ABC, viz obrázek.



Je zřejmé, že $|AC| = 30$ cm. Označme poloměr koule r. Bod dotyku paprsku vymezujícího délku stínu s koulí označme T.

Platí, že $|BT| = |BC| = 60$ cm. Dále je zřejmé, že $|AS| = |AC| - r = 30 - r$. Velikost přepony v trojúhelníku ABC je $|AB| = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5}$. Podle Pythagorovy věty v pravoúhlém trojúhelníku AST platí

$$r^2 + \left(30\sqrt{5} - 60\right)^2 = (30 - r)^2 .$$

Po úpravě dostáváme

$$r = 60\sqrt{5} - 120 \doteq 14{,}16 \text{ cm}.$$

Hmotnost hotového výrobku spočítáme podle vztahu

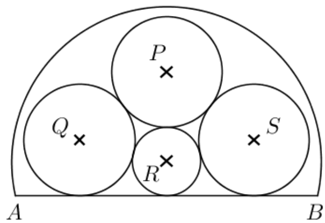
$$m = V \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho \doteq 7\,141{,}7 \text{ g} \doteq 7{,}14 \text{ kg}.$$

Hmotnost marcipánové koule je tedy přibližně 7,14 kg.

Meat Roulade

Problem

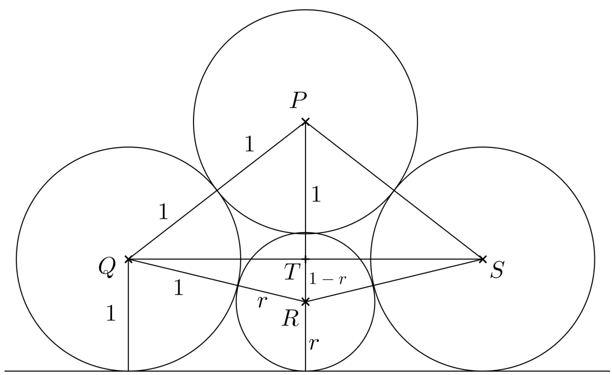
Jitka wants to prepare a meat roulade filled with three sousages and one asparagus (see the picture). The sousages (represented by the circles with the centres P, Q, S) have the same radius of 1 cm and are tangent to one another and to the asparagus (represented by the circle with the centre R). Two sausages and the asparagus are also tangent to the bottom of the roulade represented by the line AB.



Determine the diameter of the asparagus.

Solution

Let r denotes the radius of the smallest circle. Join QS, PR, these lines meet at T (see the picture).



Since $|QR| = 1+r$, $|TR| = 1-r$ and the triangle QTR is right-angled at T, then, by the Pythagorean Theorem,

$$|QT|^2 = (1+r)^2 - (1-r)^2 = 1 + 2r + r^2 - 1 + 2r - r^2 = 4r. \qquad (1)$$

Further, since $|PR| = 1 + r$ and $|TR| = 1 - r$, then

$$|PT| = |PR| - |TR| = 1 + r - (1 - r) = 2r. \qquad (2)$$

By the Pythagorean Theorem in the righ-angled triangle PTQ we get

$$|PQ|^2 = |PT|^2 + |QT|^2$$

and using (1) and (2)

$$2^2 = (2r)^2 + 4r.$$

Thus we obtain quadratic equation $4r^2 + 4r - 4 = 0$ (or $r^2 + r - 1 = 0$) with roots

$$r_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Since r should be positive, then

$$r = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

(which is the reciprocal of the famous „golden ratio“).

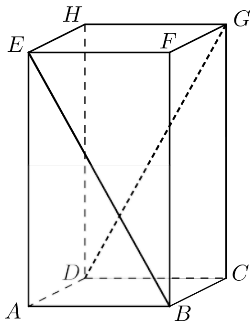
The diameter of the smallest circle (asparagus) equals to $\sqrt{5} - 1 \doteq 1{,}24$ cm.

Pokus cukrářského učně

Zadání

V cukrářství vyrábějí kromě laskonek, kremrolí a větrníků také kokosové kmeny ve tvaru kvádru. Každý takovýto kvádr má objem $72\,\mathrm{cm}^3$.

Učeň František se nudil a začal kokosový kvádr ořezávat. Vybral si protilehlé stěny a na nich nerovnoběžné stěnové úhlopříčky. Krajní body těchto úhlopříček určují čtyřstěn. Určete objem takto vzniklého čtyřstěnu.



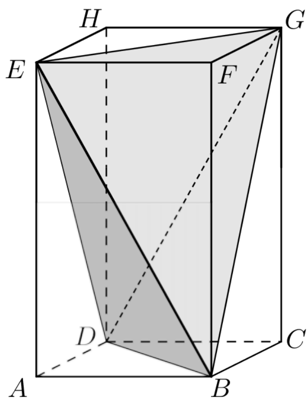
Řešení

Označme délky hran kvádru $|AB| = a$, $|BC| = b$, $|AE| = c$. Nerovnoběžné úhlopříčky EB a DG určují čtyřstěn $BEGD$.

Pokud osekáme kvádr $ABCDEFGH$ tak, aby vznikl čtyřstěn $BEGD$, oddělí se z původního kvádru čtyři trojboké jehlany $ABDE$, $HEDG$, $CBDG$ a $FBEG$.

Pro objem prvního z nich platí

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{ab}{2} \cdot c = \frac{abc}{6}.$$



Objem tohoto trojbokého jehlanu je tedy šestinou objemu celého kvádru, tedy $V_1 = \dfrac{72}{6} = 12\ \mathrm{cm}^3$.

Při výpočtu dalších odříznutých trojbokých jehlanů zjistíme, že jejich objem je stejný, tzn. $12\ \mathrm{cm}^3$.

Pro objem čtyřstěnu $BEGD$ tedy platí $V = 72 - 4 \cdot 12 = 24\ \mathrm{cm}^3$.

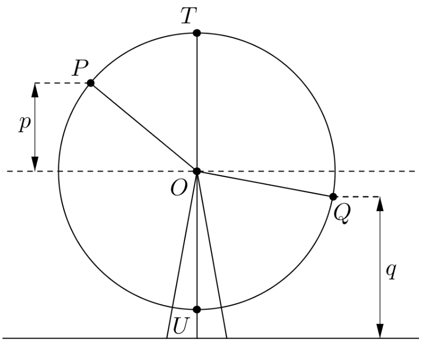
Závěr: Objem kokosového čtyřstěnu vytvořeného učněm Františkem je $24\ \mathrm{cm}^3$.

Svačina s atrakcí

Zadání

Na slevovém serveru objevil Tomáš lákavou nabídku zábavního parku v jeho městě – poukaz na kuřecí sendvič s hranolky a zeleninou za běžnou cenu a k tomu jízdu na ruském kole zdarma. Neváhal a jako milovník atrakcí nabídky využil.

Do kabinky ruského kola Tomáš nastoupil v nejnižším místě kola (bod U, viz obrázek) ve výšce 1 m nad zemí. Poté, co se kabinka s Tomášem dostala do bodu P (ve výšce p metrů nad úrovní středu kola O), pohybovala se již konstantní rychlostí. Trvalo 4 s, než Tomášova kabinka dosáhla z bodu P nejvyšší polohy T ve výšce 35 m nad zemí. Za dalších 8 s kabinka dospěla do polohy Q (pod úrovní středu kola O). Vyjádřete výšku q, v jaké se kabinka s Tomášem nacházela v bodě Q, v závislosti na parametru p.



Řešení

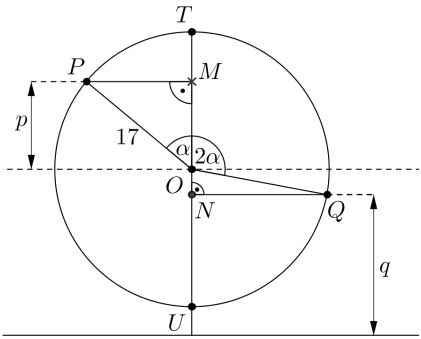
Průměr ruského kola je zřejmě roven $|TU| = 35 - 1 = 34$ m, tedy jeho poloměr je 17 m.

Označme $\sphericalangle POT = \alpha$. Protože se kolo otáčí rovnoměrně, otočí se kolo za 8 s o dvojnásobný úhel než za 4 s, proto platí $|\sphericalangle TOQ| = 2|\sphericalangle POT| = 2\alpha$.

Dále označme M, N kolmé průměty bodů P, Q na úsečku TU (viz obrázek).

Z trojúhelníku PMO pak můžeme vyjádřit

$$\cos\alpha = \frac{|OM|}{|OP|} = \frac{p}{17}.$$



Podobně z trojúhelníku OQN vyjádříme

$$\cos\left(180^\circ - 2\alpha\right) = \frac{|ON|}{17}.$$

Pro vzdálenost $|ON|$ tedy platí

$$|ON| = 17\cos\left(180^\circ - 2\alpha\right) = -17\cos 2\alpha = -17\left(2\cos^2\alpha - 1\right).$$

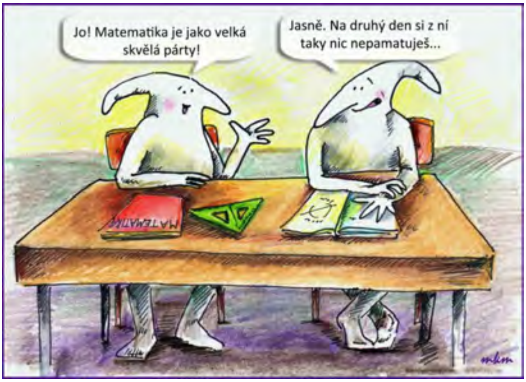
Vzhledem k tomu, že $\cos\alpha = \frac{p}{17}$, dostáváme

$$|ON| = -17\left(2\frac{p^2}{17^2} - 1\right) = 17 - \frac{2p^2}{17}.$$

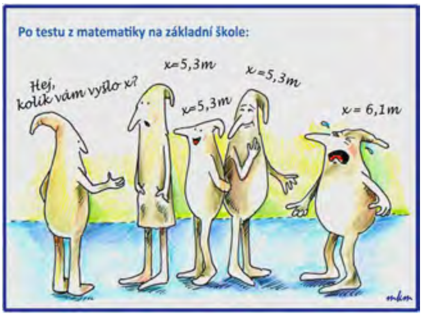
Hledaná vzdálenost q je tedy rovna

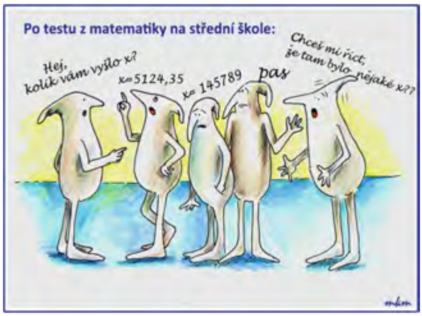
$$q = |OU| + 1 - |ON| = 18 - \left(17 - \frac{2p^2}{17}\right) = 1 + \frac{2p^2}{17}.$$

Matematika s radostí



Jste studentem základní či střední školy a rádi byste si procvičili matematiku? Chcete se při tom také pobavit a zasoutěžit si? Pak se podívejte na webové stránky projektu „Matematika s radostí“ `http://msr.vsb.cz`.

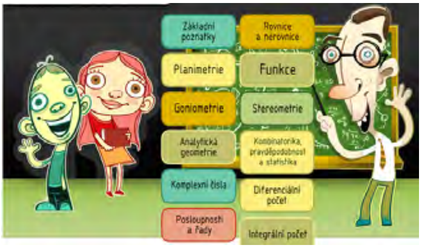




Na webu Matematiky s radostí najdete řadu interaktivních testů, her a soutěží. Všechny materiály mají formu interaktivních PDF s okamžitým vyhodnocováním, příjemnou grafikou a jednotným systémem ovládání.

Výsledných 800 testů a her, které pokryjí všechna témata středoškolské matematiky, vám mohou posloužit při domácí přípravě nebo při opakování k maturitě. Vašim učitelům zase pomohou díky snadnému použití na interaktivní tabuli oživit výuku novými neotřelými testy a soutěžemi.

Nyní probíhá testování vytvořených her a proto budeme rádi, když nás budete informovat o případných chybách nebo nejasnostech, které objevíte. Nejaktivnější hledače chyb oceníme!



Na webu najdete následující typy her a soutěží:

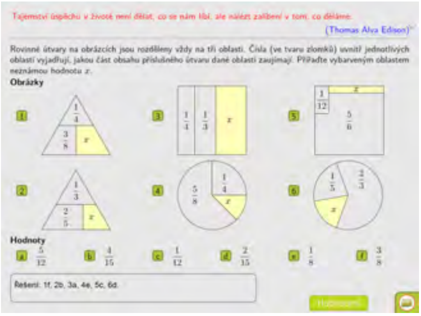
Párovací hry

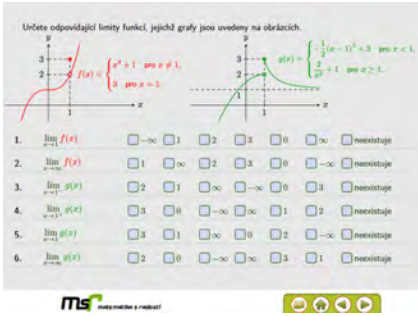
Cílem hry je dobře spárovat nabízené otázky a odpovědi. Hráč postupně zaklikává políčko u jedné otázky a následně u jedné odpovědi až do zodpovězení všech otázek. Jako bonus se při správné odpovědi odkryje jedno písmeno nebo slovo tajenky. Po odkrytí tajenky, kterou bývá citát nějakého slavného matematika, filozofa nebo politika, je v některých případech možno rozkrýt stránku s fotografií autora citátu, jeho stručným životopisem nebo zajímavostmi z jeho života.

Testy

Nabízíme několik typů testů:

- Testy s jednou správnou odpovědí.
- Testy s více správnými odpověďmi.
- Testy typu ANO–NE (úkolem je rozhodnout o pravdivosti uváděných tvrzení).
- Testy s tabulkovým výběrem (otázky spolu s odpověďmi jsou umístěny do řádků tabulky).

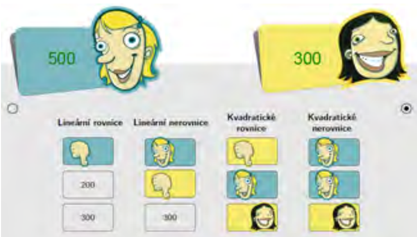




Neriskuj

Hra Neriskuj je obdobou vědomostní televizní soutěže Riskuj!, kterou vysílala TV Nova v letech 1994–2004. Hrací plocha je rozdělena do sloupců, které představují různá témata otázek. Každé otázce je přiřazeno bodové ohodnocení dle obtížnosti: 100, 200 a 300 bodů. Hráč si vybírá otázky z různých témat a obtížnosti a podle toho, zda odpoví správně nebo ne, mu jsou body buď přičteny nebo odečteny.

Neriskuj nabízíme ve dvou variantách. Varianta pro jednoho hráče se hodí zejména k samostatné domácí přípravě. Varianta pro dva hráče nebo dva týmy hráčů je naopak vhodná pro použití při výuce. Účastní se jí dva hráči, kteří se v odpovědích pravidelně střídají a soupeří navzájem. Vítězem se pochopitelně stává ten, který získá více bodů.



AZ kvíz

Tato hra pro dva hráče je obdobou televizní soutěže AZ-kvíz. Cílem hry je propojit políčky své barvy všechny strany herního plánu (trojúhelníka). Můžete si vybrat mezi AZ kvízy s 21 nebo 28 políčky. Záleží jen na tom, kolik času chcete hře věnovat.

Chcete si daný AZ kvíz zahrát několikrát za sebou? Klidně můžete, neboť AZ kvízy se při každém novém otevření chovají jako „nové“ hry. PDF dokument ve skutečnosti obsahuje mnohem více otázek než 21 nebo 28. Z těchto otázek je při otevření PDF náhodně vybrán daný počet otázek a ty jsou náhodně přiřazeny jednotlivým políčkům. Podobně se chová i hra Odkryj obrázek.

Odkryj obrázek

Hrací plocha obsahuje 12 políček, za nimiž je schován obrázek. Při kliknutí na dané políčko se zobrazí otázka s nabídkou odpovědí, z nichž je právě jedna správná. Pokud označíte správnou odpověď, zobrazí se obrázek skrytý za políčkem. Pokud ne, máte ještě jeden pokus. Pokud se vám však ani napodruhé nepodaří vybrat správnou odpověď, zůstává políčko skryté.

Kdo se podílí na tvorbě her a testů?

Materiály pro vás připravují učitelé z těchto škol:

- Katedra aplikované matematiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TU Ostrava
- Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba
- Gymnázium, Ostrava-Hrabůvka
- Slovanské gymnázium, Olomouc
- Střední průmyslová škola, Přerov
- Střední škola elektrotechnická, Lipník nad Bečvou

RNDr. Petra Vondráková, Ph.D.
Ing. Petr Beremlijski, Ph.D.
katedra aplikované matematiky
FEI, VŠB-TU Ostrava

Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba, příspěvková organizace

Sborník příkladů ze soutěže Moravskoslezský matematický šampionát 2014

Ostrava 23. 10. 2014

Název	Moravskoslezský matematický šampionát 2014
Editor	RNDr. Eva Davidová
Vydavatel	Wichterlovo gymnázium, Ostrava-Poruba, p. o. Čs. exilu 669, 708 00 Ostrava-Poruba
Náklad	400 ks
Rozsah	24 stran
Vydání	první, 2014, revize 1
Tisk	Repronis Ostrava
Doporučená cena	zdarma

Texty neprošly jazykovou úpravou.

ISBN 978-80-87058-21-3

Děkujeme všem partnerům a sponzorům
letošního ročníku
**Moravskoslezského
matematického šampionátu.**

OSTRAVA!!!

Občanské sdružení OKNA

wichterlovo**gymnázium**

pořadatel soutěže